

## บทที่ 2

### งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์กระบวนการในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องอัตราส่วนและสัดส่วนของนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และปีที่ 2 โรงเรียนท่าฉางวิทยาคาร สามารถแบ่งผลการศึกษาค้นคว้าออกเป็น 5 ตอนได้แก่

1. มาตรฐานตัวชี้วัดหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3)
2. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา
3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
4. ยุทธวิธีแก้ปัญหา
5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

#### 1. มาตรฐานตัวชี้วัดหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3)

##### สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

##### สาระที่ ๑ จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค๑.๑ เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค๑.๒ เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่างๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค๑.๓ ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค๑.๔ เข้าใจระบบจำนวนและนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

##### สาระที่ ๒ การวัด

มาตรฐาน ค๒.๑ เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัดวัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค๒.๒ แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

##### สาระที่ ๓ เรขาคณิต

มาตรฐาน ค๓.๑ อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

มาตรฐาน ค๓.๒ ใช้การนิยามภาพ (visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning)

และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหา

### สาระที่ ๔ พีชคณิต

มาตรฐาน ค๔.๑ เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค๔.๒ ใช้นิพจน์สมการอสมการกราฟและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่นๆแทนสถานการณ์ต่างๆตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

### สาระที่ ๕ การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค๕.๑ เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค๕.๒ ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค๕.๓ ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

### สาระที่ ๖ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค๖.๑ มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผลการสื่อสารการสื่อความหมาย

ทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆและมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

### ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง

#### สาระที่ ๑ จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค ๑.๑ เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
ม.๒	๑. เขียนเศษส่วนในรูปทศนิยมและเขียนทศนิยมซ้ำในรูปเศษส่วน	• เศษส่วนและทศนิยมซ้ำ
	๒. จำแนกจำนวนจริงที่กำหนดให้ และยกตัวอย่างจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ	• จำนวนตรรกยะ และจำนวนอตรรกยะ
	๓. อธิบายและระบุรากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง	• รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง
	๔. ใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละในการแก้โจทย์ปัญหา	• อัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ และการนำไปใช้

## 2. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา

### 2.1 ความหมายของคณิตศาสตร์

ราชบัณฑิตยสถาน (2525 : 46) ได้ให้ความหมายว่าคณิตศาสตร์หมายถึง การคำนวณวิชาคำนวณ “ คณิตศาสตร์หมายถึงวิชาที่ว่าด้วยการคำนวณ ” ซึ่งเป็นความหมายที่ทำให้เรามองเห็นคณิตศาสตร์อย่างแคบไม่ได้รวมถึงขอบข่ายคณิตศาสตร์ซึ่งเรายอมรับกันในปัจจุบันส่วน

ยุพิน พิพิธกุล (2530 : 42) กล่าวว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญวิชาหนึ่งคณิตศาสตร์ไม่ได้หมายความเพียงตัวเลขสัญลักษณ์เท่านั้น คณิตศาสตร์มีความหมายกว้างมากนอกจากนี้

พันทิพา อุทัยสุข (2539 : 35) ได้ให้ความหมายของคณิตศาสตร์ไว้ว่าคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับประวัติศาสตร์ด้านวิทยาศาสตร์ด้านภาษาด้านศิลปะด้านนันทนาการด้านกิจกรรมและด้านการเป็นเครื่องมือของคณิตศาสตร์

Hornby and Parnwel (1990 : 318) ได้ให้ความหมายของคณิตศาสตร์ไว้ว่าคณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ของการวางระยะและจำนวนตัวเลขจากความหมาย

ที่กล่าวมาพอสรุปได้ดังนี้คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยการคิดคำนวณโดยอาศัยตัวเลขปริมาณขนาดรูปร่างสัญลักษณ์เป็นสื่อสร้างความเข้าใจความคิดที่มีระบบระเบียบมีเหตุผลมีวิธีการและหลักการแน่นอนเป็นทั้งศาสตร์และศิลปะการพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้นโดยจัดให้มีความสัมพันธ์กันและค่านึงสิ่งที่มีความหมายและความสำคัญในการดำเนินชีวิตประจำวัน

### 2.2 ความสำคัญของคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์คิดอย่างมีเหตุผลเป็นระบบมีแบบแผนสามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบทำให้สามารถคาดการณ์วางแผนตัดสินใจและแก้ปัญหา

ฉวีวรรณเศวตมาลย์ ( 2545 : 17 ) ได้กล่าวถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์ไว้ว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีวิวัฒนาการมาเป็นเวลานานนับตั้งแต่ยุคอารยธรรมโบราณและมีอิทธิพลต่อความเป็นอยู่ชีวิตของมนุษย์จนถึงปัจจุบันและคาดว่าจะทรงอยู่ต่อไปในอนาคตปัจจุบันคณิตศาสตร์ได้แตกแขนงออกเป็นหลายสาขาแต่ละสาขายังแตกกิ่งก้านออกไปอีกมากมายซึ่งแต่ละกิ่งก้านมีเนื้อหาสาระอยู่จำนวนมากเกินกว่าที่บุคคลใดบุคคลหนึ่งสามารถเรียนรู้ได้หมดด้วยเหตุนี้จึงเป็นไปได้ที่เราจะศึกษาและเรียนรู้ทุกสิ่งทุกอย่างเกี่ยวกับคณิตศาสตร์แต่สิ่งที่ทำได้คือการพยายามทำความเข้าใจในธรรมชาติทั่วไปของคณิตศาสตร์โครงสร้างและองค์ประกอบที่สำคัญของคณิตศาสตร์นั่นคือศึกษาเฉพาะส่วนที่เป็น “หลักพื้นฐานทางคณิตศาสตร์” โดยศึกษาประวัติความเป็นมาของคณิตศาสตร์แต่ละสาขาได้

เกิดขึ้นส่วนสมทรงสุวาณิช (2539 : 14-15) กล่าวถึงความสำคัญไว้ว่าวิชาคณิตศาสตร์มีความสำคัญและบทบาทต่อบุคคลมากคณิตศาสตร์ช่วยฝึกให้คนมีความคิดรวบยอดมีเหตุผลรู้จักหาเหตุผลความจริงการมีคุณธรรมเช่นนี้อยู่ในใจเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าความเจริญทางด้านวิทยาการใดๆนอกจากนั้นเมื่อเด็กคิดเป็นและเคยชินต่อการแก้ปัญหาตามวัยไปทุกระยะแล้วเมื่อเป็นผู้ใหญ่ย่อมสามารถจะแก้ปัญหาชีวิตได้นอกจากนี้ราตรีรุ่งทิวชัย (2544 : 1) กล่าวว่าคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรมมีโครงสร้างประกอบด้วยคำนิยามบทนิยามสัจพจน์ที่เป็นข้อตกลงเบื้องต้นจากนั้นจึงใช้การให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลสร้างทฤษฎีบทต่างๆขึ้น และนำไปใช้อย่างมีระบบคณิตศาสตร์มีความถูกต้องเที่ยงตรงคงเส้นคงวามีระเบียบแบบแผนเป็นเหตุเป็นผลและมีความสมบูรณ์ในตนเองคณิตศาสตร์เป็นทั้งศาสตร์และศิลป์ที่ศึกษาเกี่ยวกับแบบรูปและความสัมพันธ์คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นภาษาสากลที่ทุกคนเข้าใจตรงกันในการสื่อสารสื่อความหมายและถ่ายทอดความรู้ระหว่างศาสตร์ต่างๆคำว่า “ศาสตร์” นั้นเป็นวิชาที่ว่าด้วยโครงการแนวคิดระบบแบบแผนคำว่า “ศิลป์” นั้นก็คือมีความผสมผสานกลมกลืนกับทฤษฎีและโครงสร้างอื่นๆจากความสำคัญของคณิตศาสตร์ข้างต้นผู้วิจัยสรุปได้ว่าคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อบุคคลเป็นอย่างมากช่วยฝึกฝนบุคคลให้เกิดการคิดอย่างเป็นระบบแบบแผนคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลและนำไปใช้เป็นพื้นฐานในการพัฒนาวิทยาการต่างๆ

### 2.3 ลักษณะสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์

พิสมัย ศรีอาไพ (2533 : 1-2) ได้กล่าวถึงลักษณะของคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

1. คณิตศาสตร์เป็นการศึกษาถึงกระบวนการและความสัมพันธ์ (Mathematics is a Study of Pattern and Relationships) เด็กๆต้องการที่จะมองเห็นกระบวนการและความสัมพันธ์ระหว่างแนวความคิดเชิงคณิตศาสตร์ผู้สอนควรชี้ให้เด็กเห็นว่าแนวความคิดอันหนึ่งเหมือนหรือต่างกับแนวความคิดอีกอันหนึ่งอย่างไรตัวอย่างเช่นเด็กในชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 จะมองเห็นข้อเท็จจริงเบื้องต้นระหว่าง  $3+2 = 5$  และ  $5-3 = 2$  อย่างไรหรือเด็กในชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จะมองเห็นความเหมือนกันหรือต่างกันในเรื่องการคูณเลขทศนิยมและคูณเลขจำนวนเต็มอย่างไร

2. คณิตศาสตร์เป็นวิถีทางการคิด (Mathematics is a Way of Thinking) คณิตศาสตร์ช่วยให้เรามีกลยุทธ์ในการจัดการวิเคราะห์และการสังเคราะห์ข้อมูล กล่าวโดยทั่วไปแล้วคนเราใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน ตัวอย่างเช่นบางคนใช้ตารางบันทึกข้อมูลเปรียบเทียบรายจ่ายของครอบครัว

3. คณิตศาสตร์เป็นศิลปะ (Mathematics is an Art) เด็กหลายคนนึกถึงคณิตศาสตร์ทำให้สับสนและเป็นทักษะที่ต้องจำทั้งนี้อาจจะเป็นเพราะแนวโน้มในการพัฒนาที่ต้องทาคณิตศาสตร์ซึ่งเราลืมไปว่าเด็กต้องการคำแนะนำเพื่อให้เขาได้ตระหนักถึงความซาบซึ้งความงดงามและความต่อเนื่องของคณิตศาสตร์

4. คณิตศาสตร์เป็นภาษา (Mathematics is a Language) คณิตศาสตร์ถือเป็นภาษาสากล

เพราะคนทั่วโลกสามารถเข้าใจประโยคคณิตศาสตร์ได้ตรงกันเช่น  $3+3 = 6$  ไม่ว่าจะ เป็นชาติใดภาษาใดอ่านประโยคนี้ก็เข้าใจตรงกัน

5. คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือ (Mathematics is a Tool) คณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่นักคณิตศาสตร์และนักวิทยาศาสตร์ใช้และเป็นสิ่งที่ทุกคนใช้ในชีวิตประจำวัน เด็กๆสามารถใช้ข้อเท็จจริงทักษะและมโนคติที่ได้เรียนในชั้นเรียนแก้ทั้งปัญหนามธรรม (Abstract Problem) และปัญหาในการปฏิบัติ (Practical Problem) คณิตศาสตร์มีประโยชน์ในทุกวิชาซึ่งดังที่มีคำกล่าวว่าคุณคณิตศาสตร์เป็นตัวกรอง (Critical Filter) ที่สำคัญที่จะเข้าสู่หลายๆอาชีพผู้วิจัยสามารถสรุปได้ว่าลักษณะสำคัญของคณิตศาสตร์คือมีกระบวนการและมีความสัมพันธ์กันส่งเสริมการคิดเป็นศิลปะอย่างหนึ่งที่มีภาษาที่ทำให้ทุกคนเข้าใจตรงกันและเป็นเครื่องมือที่ใช้ในการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวัน

## 2.4 หลักจิตวิทยาในการสอนคณิตศาสตร์

ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่จะส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้นั้นนอกจากครูผู้สอนต้องมีความรู้ทางคณิตศาสตร์แล้วครูผู้สอนต้องมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับจิตวิทยาการสอนคณิตศาสตร์ด้วยซึ่งมีรายละเอียดดังนี้ ยูพิน พิพิทกุล (2545 : 2 - 9) ได้กล่าวว่าการสอนนั้นครูผู้สอนจะต้องรู้จิตวิทยาในการสอนจึงจะทำให้การสอนสมบูรณ์ยิ่งขึ้นจิตวิทยาบางประการที่ครูผู้สอนควรจะต้องทราบมีดังนี้

1. ความแตกต่างระหว่างบุคคล (Individual Differences) นักเรียนย่อมมีความแตกต่างกันทั้งด้านสติปัญญาอารมณ์จิตใจและลักษณะนิสัยดังนั้นในการจัดการเรียนการสอนครูจึงต้องคำนึงถึงเรื่องนี้โดยทั่วไปครูมักจะจัดชั้นเรียนคละกันไปโดยมิได้คำนึงถึงว่านักเรียนนั้นมีความแตกต่างกันซึ่งจะทำให้ผลการสอนไม่ดีเท่าที่ควรในการจัดชั้นเรียนครูควรจะได้คำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

1.1 ความแตกต่างกันของนักเรียนภายในกลุ่มเดียวกันเพราะนักเรียนนั้นมีความแตกต่างกันทั้งร่างกายความสามารถบุคลิกภาพครูจะสอนให้เหมือนกันนั้นเป็นไปได้ครูจึงต้องศึกษา นักเรียนแต่ละคนว่ามีปัญหาอะไร

1.2 ความแตกต่างระหว่างกลุ่มของนักเรียนเช่นครูจะแบ่งนักเรียนออกตามความสามารถ (Ability Grouping)

## 2. จิตวิทยาการเรียนรู้

2.1 การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมเมื่อนักเรียนได้รับประสบการณ์ใดประสบการณ์หนึ่งเป็นครั้งแรกเขาก็มีความอยากรู้อยากเห็นและอยากคิดจะทำให้ได้วิธีการคิดนั้นอาจจะลองผิดลองถูก แต่เมื่อเขาได้รับประสบการณ์อีกครั้งหนึ่งเขาสามารถตอบได้แสดงว่าเขาเกิดการเรียนรู้

2.2 การถ่ายทอดความรู้นักเรียนเมื่อได้เห็นสถานการณ์ที่คล้ายคลึงกันหลายๆตัวอย่างนักเรียนที่ฉลาดจะสังเกตเห็นนั้นนักเรียนสามารถตอบปัญหาได้นักเรียนปานกลางอาจต้องช่วยนักเรียนอ่อนครูต้องช่วยครูต้องฝึกฝนให้นักเรียนรู้จักนำเรื่องที่เคยเรียนมาแล้วในอดีตมา

เปรียบเทียบหรือใช้กับเรื่องที่จะเรียนใหม่และควรจะให้ นักเรียนประสบความสำเร็จเป็นเรื่องราวเขาจะสามารถถ่ายทอดไปยังเรื่องอื่นได้ซึ่งการถ่ายทอดจะสำเร็จหรือไม่ขึ้นอยู่กับวิธีการสอนของครูการสอนเพื่อจะเกิดการถ่ายทอดการเรียนรู้ให้นักเรียนเกิดมโนคติ (Concept) ด้วยตนเองและนำไปสู่ข้อสรุปได้และสามารถนำข้อสรุปนั้นไปใช้ได้ในขณะที่สอนฝึกให้นักเรียนแยกแยะองค์ประกอบในเรื่องที่กำลังเรียนฝึกให้นักเรียนรู้จักบทนิยามหลักการกฎสูตรสัจพจน์ทฤษฎีจากเรื่องที่เรียนมาแล้วในสถานการณ์ที่มีองค์ประกอบคล้ายคลึงกันแต่ซับซ้อนยิ่งขึ้น

3. จิตวิทยาการฝึก (Psychology of Drill) การฝึกเป็นเรื่องจำเป็นสำหรับนักเรียนแต่ให้ฝึกซ้ำๆนักเรียนก็จะเกิดความเบื่อหน่ายครูจะต้องดูให้เหมาะสมการฝึกที่มีผลอาจจะพิจารณา ดังนี้

3.1 ฝึกเป็นรายบุคคลคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล

3.2 ฝึกไปที่ละเรื่องเมื่อจบบทเรียนหนึ่งและเมื่อจบหลายบทก็ควรฝึกรวบยอดอีกครั้งหนึ่ง

3.3 ควรมีการตรวจแบบฝึกหัดแต่ละครั้งที่ให้นักเรียนทาเพื่อประเมินผลนักเรียนและการสอนของครู

3.4 เลือกแบบฝึกหัดที่สอดคล้องกับบทเรียนและให้แบบฝึกหัดที่เหมาะสมไม่มากเกินไปตลอดจนหาวิธีการในการที่จะทำแบบฝึกหัดซึ่งอาจจะใช้เอกสารแนะแนวทางบทเรียนการ์ตูนบทเรียนโปรแกรมชุดการสอน

3.5 แบบฝึกหัดควรฝึกหลายๆด้านคำนึงถึงความยากง่ายเรื่องใดควรจะเน้นก็ทาหลายข้อ

3.6 พึงตระหนักอยู่เสมอว่าฝึกอย่างไรนักเรียนจึงจะคิดเป็นไม่ใช่คิดตามครูจะต้องฝึกให้นักเรียนคิดเป็นทาเป็นแก้ปัญหาเป็น

4. การเรียนโดยการกระทำ(Learning by Doing) ครูจะต้องให้นักเรียนกระทำหรือปฏิบัติจริงแล้วจึงสรุปเป็นมโนคติครูไม่ควรเป็นผู้บอก

5. การเรียนเพื่อรู้ (Mastery Learning ) เป็นการเรียนรู้จริงทำได้จริงครูต้องพิจารณาในเรื่องของการสนองตอบความแตกต่างระหว่างบุคคลได้ให้ทุกคนได้เรียนรู้ครบทุกจุดประสงค์ตามที่กำหนดไว้เมื่อนักเรียนเกิดการเรียนรู้และทาสำเร็จตามจุดประสงค์เขาก็จะเกิดความพอใจมีกำลังใจและเกิดแรงจูงใจอยากเรียนต่อไป

6. ความพร้อม (Readiness) ครูต้องสำรวจความพร้อมของนักเรียนก่อนนักเรียนที่มีวินัยต่างกันความพร้อมย่อมไม่เหมือนกันนักเรียนยังไม่พร้อมครูทบทวนเสียก่อนเพื่อใช้ความรู้พื้นฐานอ้างอิงต่อไปเมื่อนักเรียนพร้อม

7. แรงจูงใจ (Motivation) ครูจะต้องคำนึงถึงความสำเร็จในการทำงานของนักเรียนด้วยการที่ครูค่อยๆทำให้นักเรียนเกิดความสำเร็จขึ้นเรื่อยๆทำให้นักเรียนเกิดแรงจูงใจดังนั้นครูควรให้

นักเรียนหาจากข้อที่ง่ายไปหายากโดยการเพิ่มขึ้นเรื่อยๆซึ่งต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล การให้เกิดการแข่งขันหรือเสริมกำลังใจเป็นกลุ่มก็จะสามารถสร้างแรงจูงใจ

8. การเสริมกำลังใจ (Reinforcement) เป็นเรื่องที่สำคัญในการสอนเพราะคนเรานั้นเมื่อทราบว่าพฤติกรรมที่แสดงออกมาเป็นที่ยอมรับยอมทำให้เกิดกำลังใจการเสริมกำลังใจมีทั้งทางบวกและทางลบการเสริมกำลังใจทางบวกเช่นการยกย่องชมเชยการให้รางวัลการเสริมทางลบเช่นการทำโทษการทำโทษถ้าไม่จำเป็นไม่ควรกระทำครูควรหาวิธีปลูกปลอบครูควรจะต้องมีเมตตาครูควรหาวิธีที่จะช่วยนักเรียนด้วยความจริงใจเสียสละพยายามใกล้ชิดนักเรียนเข้าใจปัญหานักเรียนแล้วทุกอย่างจะสำเร็จดังนั้นการนำจิตวิทยาไปประยุกต์ใช้ให้เหมาะสมกับสถานการณ์ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนก็มีความสำคัญยิ่งครูควรคำนึงถึงจิตวิทยาในการสอนดังนี้สุรชัย ขวัญเมือง (2522 : 32 - 33) ได้กล่าวถึงจิตวิทยาที่นำมาใช้ในการสอนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. ให้นักเรียนมีความพร้อมก่อนที่จะสอนอยู่เสมอความพร้อมในที่นี้หมายถึงวัยความสามารถและประสบการณ์เดิมของเด็กเราจะทราบได้โดยการสังเกตซักถามการทดสอบ

2. สอนจากสิ่งที่เด็กมีประสบการณ์หรือได้พบเห็นอยู่เสมอการที่让孩子ได้เรียนจากประสบการณ์ได้เรียนรู้จากสิ่งที่ป็นรูปธรรมจะทำให้เด็กเข้าใจและเรียนได้เร็วขึ้น

3. สอนให้เด็กเข้าใจและมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างส่วนย่อยกับส่วนย่อยและส่วนย่อยกับส่วนใหญ่

4. สอนจากง่ายไปหายากวิธีนี้ควรใช้ให้เหมาะสมกับวัยและความสามารถของเด็กทั้งนี้ครูต้องพิจารณาว่าเด็กของตนเองมีความสามารถเพียงใดควรจะสอนในระดับไหนเด็กในชั้นมัธยมศึกษาควรให้ทำกิจกรรมมากๆไม่ใช่ครูอธิบายให้ฟังเพียงอย่างเดียวแล้วให้ทำตามครูควรดูความสนใจของเด็กประกอบด้วย

5. ให้นักเรียนเข้าใจหลักการและวิธีที่จะใช้หลักการการให้เด็กเผชิญกับปัญหาที่เร้าความสนใจอยากคิดอยากหาและอยากแก้ปัญหาอยู่เสมอ

6. 让孩子ได้ฝึกทำซ้ำจนกว่าจะคล่องและมีการทบทวนอยู่เสมอการเรียนรู้อาจจะเข้าใจในหลักการอย่างเดียวไม่พอการเรียนคณิตศาสตร์จะต้องใช้การฝึกฝนหลายๆเพื่อให้เข้าใจในวิธีการต่างๆการให้แบบฝึกหัดควรให้เหมาะกับเด็กอย่าให้ง่ายเกินไปหรือยากเกินไปจะทำให้เด็กเบื่อการทำแบบฝึกหัดควรให้เด็กทราบว่าทำไปเพื่ออะไรมีคุณค่าอย่างไรให้เด็กมีความเชื่อมั่นในตนเองและเคยชินกับสิ่งที่ทำเมื่อครูพบข้อบกพร่องของนักเรียนควรรีบแก้ไขทันที

7. ต้องให้ผู้เรียนรู้จากรูปธรรมไปสู่นามธรรมทั้งนี้เพราะคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เป็นนามธรรมยากแก่การเข้าใจจึงควรให้เด็กเรียนรู้จากรูปธรรมให้เข้าใจก่อนดังนั้นในช่วงแรกผู้สอนควรใช้พวกของจริงรูปภาพและสิ่งอื่น ๆ ที่สามารถใช้แทนจำนวนได้แล้วจึงค่อยนำไปสู่ประโยคสัญลักษณ์ภายหลัง

8. ควรให้กำลังใจเด็กเพื่อให้เกิดความมานะพยายามอันเป็นพื้นฐานไปสู่ความสำเร็จ

9. ควรคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลเด็กที่มีความถนัดหรือความสนใจควรได้รับการสนับสนุนเป็นพิเศษแต่เด็กที่ไม่สนใจควรหาสาเหตุหรือหาทางที่จะช่วยเหลือ เช่นเดียวกันสรุปพลพยอมแยม (2540 : 7 - 8) ได้กล่าวถึงวิธีการเรียนที่ส่งผลต่อการเรียนรู้ไว้ดังนี้

1. การถ่ายทอดการเรียนรู้มีอิทธิพลต่อการเรียนรู้อย่างมากการถ่ายทอดโดยแบ่งงานที่จะเรียนรู้เป็นส่วนๆจะทำให้การเรียนเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพมากกว่าการถ่ายทอดรายละเอียดทั้งหมดทันที

2. การฝึกฝนทบทวนการเรียนรู้ทุกชนิดจะต้องมีการทบทวนและฝึกฝนเป็นระยะเพราะนอกจากจะทำให้เกิดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพแล้วยังทำให้การเรียนรู้ยังคงทนด้วย

3. การได้รับรู้ผลการเรียนจะมีส่วนช่วยให้การเรียนรู้ดีขึ้นการรู้ผลของข้อผิดพลาดจะช่วยให้ผู้เรียนได้แก้ไขข้อบกพร่องได้ถูกต้องและถ้ารับรู้ผลสำเร็จก็จะสามารถนำผลสำเร็จจากการเรียนรู้ครั้งก่อนไปใช้ในการเรียนรู้ครั้งต่อไปและช่วยลดความท้อแท้เบื่อหน่ายที่เกิดจากการเรียนที่ไม่มีโอกาสได้รับรู้ผลการเรียนด้วย

4. การได้รับการเสริมแรงเช่นรางวัลคำชมเชยจะมีผลต่อการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพมากกว่าการเรียนรู้ที่ไม่ได้รับการเสริมแรงผู้ถ่ายทอดจำเป็นต้องหาสิ่งเสริมแรงแก่ผู้เรียนให้มากที่สุด นอกจากนี้ ศูนย์พัฒนาคุณภาพการเรียนการสอนของสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ (2540 : 29) ได้เสนอแนวทางของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดความสุขในการเรียนไว้ดังนี้

1. บทเรียนเริ่มจากง่ายไปหายากคำนึงถึงวุฒิภาวะและความสามารถในการยอมรับของเด็กแต่ละวัยมีความต่อเนื่องในเนื้อหาวิชาและขยายวงไปสู่แขนงอื่นๆเพื่อเสริมสร้างความเข้าใจต่อชีวิตและโลกรอบตัว

2. วิธีการเรียนสนุกไม่น่าเบื่อและตอบสนองความสนใจใคร่รู้ของนักเรียนการนำเสนอเป็นไปตามธรรมชาติไม่ยึดเยียดหรือกดดันเนื้อหาที่เรียนมากเกินไปจนเด็กเกิดความล้าและไม่ค่อยเกินไปจนเด็กหมดความสนใจ

3. ทุกขั้นตอนของการเรียนรู้มุ่งพัฒนาและส่งเสริมกระบวนการคิดในแนวต่างๆของเด็ก รวมทั้งความคิดสร้างสรรค์คิดวิเคราะห์จากการประมวลข้อมูลและเหตุผลต่างๆคิดแก้ปัญหาอย่างมีระบบ

4. แนวการเรียนรู้สัมพันธ์และสอดคล้องกับธรรมชาติเพื่อเปิดโอกาสให้เด็กได้สัมผัสความงามและความเป็นไปของสรรพสิ่งรอบตัวบทเรียนไม่จำกัดสถานที่หรือเวลาและทุกคนมีสิทธิ์เรียนรู้เท่าเทียมกัน

5. มีกิจกรรมหลากหลายสนุกชวนให้นักเรียนเกิดความสนใจต่อบทเรียนนั้นๆเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมนั้นๆภาษาที่ใช้จูงใจเด็กกลุ่มนวลให้กำลังใจและเชิงสร้างสรรค์



6. สื่อประกอบการเรียนเร้าให้เกิดการเรียนรู้เข้าใจตรงเป้าหมายซึ่งกำหนดไว้อย่างชัดเจนคือ มุ่งเน้นให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้จนชัดเจน (Learn to Know) เรียนจนทำได้ (Learn to Do) และเรียนเพื่อจะเป็น (Learn to Be)

7. การประเมินผลมุ่งเน้นพัฒนาการของเด็กในภาพรวมมากกว่าจะพิจารณาจากผลการทดสอบทางวิชาการและเปิดโอกาสให้เด็กได้ประเมินตนเองด้วยผู้วิจัยสามารถสรุปได้ว่าหลักจิตวิทยาในการสอนคณิตศาสตร์มีบทบาทที่สำคัญสำหรับครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ในการนำมาใช้ในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เนื่องจากครูต้องเข้าใจธรรมชาติของผู้เรียนว่าผู้เรียนมีความแตกต่างกันลำดับขั้นตอนในการเรียนรู้ของผู้เรียนว่าสิ่งใดควรเรียนรู้ก่อนหลังการสร้างแรงจูงใจให้ผู้เรียนอยากที่จะเรียนรู้และรู้สึกว่าการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ไม่ใช่วิชาที่ยากและควรให้กำลังใจผู้เรียนด้วย

## 2.6 ทฤษฎีการสอนคณิตศาสตร์

ไพรินทร์ฉัตรบรรยงค์ (2543 : 28-30) ได้กล่าวถึงวิธีสอนแบบบูรณาการที่มีลักษณะบูรณาการ (Integration) ที่ดีและเป็นไปตามหลักปรัชญาองค์รวม (Holism) นำเอาทฤษฎีการเรียนรู้มาประยุกต์สำหรับการสอนคณิตศาสตร์ 8 ทฤษฎีคือ

1. ทฤษฎีฝึกสมอง (Mental Discipline) ของ Plato and John Lock การพัฒนาสมองโดยให้นักเรียนเข้าใจและฝึกฝนหลายๆจนเกิดทักษะและความคงทนในการเรียนรู้และถ่ายโยงไปใช้ได้อย่างอัตโนมัติ

2. ทฤษฎีเชื่อมโยงต่อสถานการณ์ตอบสนอง (Connectionism) ของ Thorndike เป็นการเชื่อมโยงสิ่งเร้ากับการตอบสนองของผู้เรียนแต่ละขั้นตอนอย่างต่อเนื่องโดยอาศัยกฎการเรียนรู้ดังนี้

2.1 กฎการฝึกฝนหรือการกระทำซ้ำ (The Law of Exercise or Repetition) การตอบสนองต่อสิ่งเร้าบ่อยครั้งเท่าไรสิ่งนั้นย่อมอยู่คงทนนานเท่านั้นและหากไม่ได้ปฏิบัติตัวเชื่อมโยกันอ่อนกำลังลง

2.2 กฎแห่งผล (The Law of Effect) หรือกฎแห่งความพึงพอใจและเจ็บปวดการตอบสนองจะมีกำลังมากขึ้นหากเกิดความพอใจตามมาและจะอ่อนกำลังลงเมื่อเกิดความไม่พอใจ

2.3 กฎแห่งความพร้อม (The Law of Readiness) กระแสประสาทมีความพร้อมที่จะกระทำและได้กระทำเช่นให้เกิดความพอใจแต่ถ้าไม่พร้อมที่จะกระทำย่อมทำให้เกิดความรำคาญ

3. ทฤษฎีเชื่อมโยงจิตสำนึก (Apperception) ของ Herbart เป็นทฤษฎีเชื่อมโยงสิ่งเร้ากับการเรียนการสอนหรือสถานการณ์ต่างๆเป็นกระบวนการเชื่อมโยงความคิดให้เข้าไปในความคิดที่เก็บสะสมไว้

4. ทฤษฎีเสริมแรง (Operant Conditioning) ของ Skinner การเรียนรู้จะแบ่งออกเป็นจุดประสงค์ของการเรียนเป็นส่วนย่อยๆมากมายซึ่งแต่ละส่วนจะถูกเสริมแรงเป็นส่วนๆไปและต้องกำหนดเวลาในการเสริมแรงให้เหมาะสม

5. ทฤษฎีหลักการสรุปจากประสบการณ์ (Generalization of Experience) ของJudd เน้นการสรุปเรื่องจากประสบการณ์ที่ได้รับ

6. ทฤษฎีการหยั่งรู้หยั่งเห็น (Insight through Configuration of a Perceived Situation) เป็นทฤษฎีการถ่ายโยงความรู้ของกลุ่มนักจิตวิทยาสนาม (Gestalt Field Psychologists) ของ Wolfgang Lihler ทฤษฎีนี้เน้นผู้เรียนสามารถศึกษาวิเคราะห์ด้วยลักษณะหยั่งรู้ได้ด้วยกระบวนการสืบสวนสอบสวนและการค้นพบด้วยตัวผู้เรียนเองสามารถสร้างรายละเอียดเนื้อหาให้เป็นโครงสร้างรวมได้

7. ทฤษฎีการผ่อนคลาย (Sugestopedia Georgi Lozanove) มุ่งใช้การเร่งระดมคำแนะนำสั่งสอนเพื่อเพิ่มระดับสติปัญญาและความจาของเด็กด้วยการประยุกต์เทคนิคการผ่อนคลายความเครียดและความสนุกสนานเปล็ดเปลินมาใช้ประกอบการเรียนการสอนเน้นบรรยากาศภายในห้องที่เอื้ออำนวยความสะดวกสบายทำให้สดชื่นแจ่มใสและมีเสียงเพลงหรือเสียงดนตรีประกอบพร้อมทั้งให้นักเรียนได้ฝึกหัดเป็นพิเศษในเรื่องโยคะและการทำสมาธิเพื่อช่วยส่งเสริมความทรงจำและช่วยพัฒนาร่างกายจิตใจสังคมและอารมณ์แห่งการเรียนรู้

8. ทฤษฎีการสอนแบบธรรมชาติ (The Natural Approach) คือการนำเรื่องราวของชีวิตจริงในชีวิตประจำวันมาเป็นสถานการณ์ประกอบการเรียนการสอนในห้องเรียนเน้นการเรียนรู้ที่เกิดจากความพร้อมของสภาพการณ์หรือสิ่งแวดล้อมที่มีอยู่แล้วตามธรรมชาติและธรรมชาติของการรับรู้ซึ่งเป็นปัจจัยที่สามารถช่วยให้นักเรียนทำการสรุปทำความเข้าใจหรือหยั่งรู้ให้เกิดสติปัญญาขึ้นมาได้เองและนาสิ่งที่เป็นธรรมชาติมาใช้ให้เกิดการเรียนรู้และประยุกต์ความรู้ไปใช้แก้ปัญหาธรรมชาติด้วยแต่ครูผู้สอนจะต้องจัดกระบวนการสอนหรือกิจกรรมการเรียนการสอนต่างๆที่เหมาะสมกับประสบการณ์เดิมหรือความรู้ที่นักเรียนเคยได้รับมาก่อนรวมทั้งจะต้องคำนึงธรรมชาติตามวัยของเด็กและความแตกต่างระหว่างบุคคลด้วย

## 2.7 หลักการสอนคณิตศาสตร์

ในการสอนให้มีประสิทธิภาพนั้นควรคำนึงถึงหลักการที่เป็นลักษณะเฉพาะของแต่ละวิชาและในการสอนคณิตศาสตร์ก็เช่นกันที่มีหลักการสอนที่แตกต่างไปจากวิชาอื่นๆดังนั้นครูควรมีความรู้ความเข้าใจในเกี่ยวกับหลักการสอนทั่วไปของวิชาคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาซึ่งมีนักการศึกษาทางคณิตศาสตร์ได้เสนอไว้หลายท่านดังนี้ขมนาคเชื้อสุวรรณทวี ( 2542 : 7) กล่าวถึงหลักการสอนคณิตศาสตร์ซึ่งพอสรุปได้ดังนี้

1. ให้นักเรียนได้เข้าใจในพื้นฐานของคณิตศาสตร์รู้จักใช้ความคิดริเริ่มรู้เหตุและรู้ถึงโครงสร้างทางคณิตศาสตร์
2. การเรียนรู้ควรเชื่อมโยงกับสิ่งที่เป็นรูปธรรมมากที่สุด
3. ความเข้าใจต้องมาก่อนทักษะความชำนาญ

4. ความเข้าใจอย่างเดี่ยวไม่เพียงพอต่อการเรียนคณิตศาสตร์นักเรียนต้องมีทักษะความชำนาญ
5. เน้นการฝึกฝนให้เกิดทักษะการสังเกตความคิดตามลำดับเหตุผลแสดงออกถึงความรู้สึกนึกคิดอย่างมีระบบระเบียบง่ายสั้นกะทัดรัดชัดเจนสื่อความหมายได้ละเอียดถี่ถ้วน
6. เน้นการศึกษาและเข้าใจเหตุผลโดยใช้ยุทธวิธีการสอนให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้เข้าใจและค้นพบตนเองเกิดความคิดสร้างสรรค์เกิดการประยุกต์ใช้ได้โดยไม่ต้องเรียนด้วยการจดจำหรือเรียนแบบจากครูเท่านั้น
7. ให้ผู้เรียนสนุกสนานกับการเรียนคณิตศาสตร์รู้คุณค่าของการเรียนคณิตศาสตร์สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้และเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้เรื่องอื่นๆหรือวิชาอื่นต่อไป
8. การสอนคณิตศาสตร์ไม่ควรเป็นเพียงการบอกควรรู้คำตอบกระตุ้นให้ผู้เรียนได้คิดและค้นพบหลักเกณฑ์ข้อเท็จจริงต่างๆด้วยตนเองเคยชินต่อการแก้ปัญหาอันจะเป็นแนวทางให้เกิดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์มีทักษะในกระบวนการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

## 2.8 วิธีสอนคณิตศาสตร์

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จะให้ประสบผลสำเร็จและบรรลุจุดมุ่งหมายของหลักสูตรนั้นย่อมขึ้นอยู่กับความสามารถของครูที่จะพัฒนาเทคนิคและวิธีสอนแบบต่างๆให้เหมาะสมกับแต่ละเนื้อหาและเหมาะสมกับสภาพแวดล้อมที่มีอยู่ซึ่งการสอนคณิตศาสตร์นั้นไม่มีวิธีสอนใดที่จะให้การจัดการเรียนการสอนประสบผลสำเร็จได้อย่างสมบูรณ์โดยวิธีสอนเดี่ยวแต่จะต้องใช้หลากหลายวิธีในการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากที่สุด ยุพิน พิพิธกุล (2539 : 194 - 283) ได้แบ่งวิธีสอนคณิตศาสตร์ออกเป็น 4 ประเภทได้แก่

1. วิธีสอนโดยเน้นกิจกรรมครูประกอบด้วยวิธีสอน 3 วิธีคือวิธีสอนแบบการอธิบายและแสดงเหตุผลวิธีสอนแบบสาธิตและวิธีสอนแบบใช้คำถามมีรายละเอียดดังนี้

- 1.1 วิธีสอนแบบอธิบายและแสดงเหตุผลเป็นวิธีที่ครูเป็นผู้บอกให้นักเรียนคิดตามเมื่อครูต้องการให้นักเรียนเข้าใจเรื่องใดครูก็จะอธิบายและแสดงเหตุผลวิเคราะห์ตีความรวมทั้งเป็นผู้สรุปด้วยวิธีสอนแบบนี้กิจกรรมการเรียนการสอนเน้นที่ครูเป็นสำคัญนักเรียนมีส่วนเรื่องกิจกรรมน้อยมากโดยส่วนใหญ่ นักเรียนเป็นผู้รับฟังตอบคำถามครูและซักถามเรื่องที่ยังไม่เข้าใจเท่านั้นการใช้วิธีสอนแบบนี้ทุกจุดประสงค์เพื่อที่จะสอนนักเรียนเป็นกลุ่มใหญ่ๆเพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจอย่างชัดเจนในเรื่องที่ยังไม่รู้และเพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้กฎหรือสูตรในเวลาอันรวดเร็ว

- 1.2 วิธีสอนแบบสาธิตหมายถึงการแสดงให้เห็นนักเรียนดูครูจะให้ความรู้แก่นักเรียนโดยครูจะใช้สื่อการเรียนการสอนที่เป็นรูปธรรมและนักเรียนจะได้รับประสบการณ์ตรงวิธีสอนแบบสาธิตนี้วัตถุประสงค์เพื่อใช้สื่อการเรียนการสอนแสดงให้เห็นนักเรียนมีความเข้าใจมากยิ่งขึ้นเพื่อให้นักเรียนมองเห็นโมโนมิติที่สำคัญและนำไปสู่ข้อสรุปได้และเพื่อใช้รูปธรรมอธิบายนามธรรมประโยชน์ของวิธีสอนแบบสาธิตนี้คือประหยัดเวลาทั้งครูและนักเรียนเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เห็นทั่วทั้งชั้นช่วยให้

นักเรียนมีทักษะในการสังเกตและสามารถสรุปได้อีกทั้งยังช่วยให้นักเรียนสนใจเรียนมากยิ่งขึ้น ส่วนข้อจำกัดของวิธีการสอนแบบสาธิตก็คือถ้าครูอธิบายหรือสาธิตเร็วเกินไปก็จะทำให้นักเรียนตามไม่ทันและไม่เข้าใจและถ้าสื่อการเรียนการสอนมีขนาดเล็กเกินไปนักเรียนก็จะมองไม่เห็นครูควรใช้คำถามประกอบการสาธิตเพื่อให้นักเรียนได้เกิดความเข้าใจและควรให้เวลานักเรียนในการคิดตามและเพื่อให้การสาธิตของครูไม่ล้ามเหลวครูควรมีการทดลองสาธิตก่อนที่จะสอนจริง

1.3 วิธีสอนแบบใช้คำถามเป็นวิธีการสอนที่มุ่งให้ความรู้แก่ผู้เรียนด้วยการถามตอบวิธีการสอนแบบนี้ครูอาจจะมีวิธีการถามคือใช้คำถามสอดแทรกกับวิธีสอนแบบอื่นๆครูอาจใช้คำถามเป็นตอนๆหรือถามต่อเนื่องจนสามารถสรุปบทเรียนนั้นก็ได้วิธีสอนแบบใช้คำถามนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อการทบทวนเนื้อหาต่างๆอย่างรวดเร็วช่วยให้นักเรียนเกิดความสนใจโดยมีส่วนร่วมในการตอบคำถามเพื่อให้นักเรียนรู้จักฟังแล้วติดตามอย่างมีเหตุผลและสามารถสรุปบทเรียนได้ประโยชน์ของวิธีสอนแบบใช้คำถามคือใช้สำหรับเนื้อหาที่ไม่สามารถแสดงได้ด้วยรูปธรรมทำให้นักเรียนได้ติดตามและพัฒนาความคิดส่วนข้อจำกัดคือเหมาะกับเนื้อหาบางเรื่องและครูจะต้องใช้คำถามอย่างถูกต้องเหมาะสม

## 2. วิธีสอนโดยเน้นกิจกรรมกลุ่มของนักเรียนประกอบด้วยวิธีสอน 3 วิธีได้แก่

2.1 วิธีสอนแบบทดลองเป็นวิธีสอนที่มุ่งให้นักเรียนได้เรียนโดยการกระทำหรือเรียนโดยการสังเกตมีวัตถุประสงค์เพื่อให้นักเรียนได้ทดลองและค้นหาค้นคว้าด้วยตนเองรู้จักการทำงานเป็นกลุ่มฝึกให้เป็นคนช่างสังเกตและรู้จักบันทึกผลซึ่งวิธีสอนแบบนี้ครูมีบทบาทในการเตรียมอุปกรณ์ให้คำแนะนำกับนักเรียนในการทดลองจัดสภาพห้องเรียนให้เหมาะสมกับการทดลองและบอกให้นักเรียนเตรียมตัวล่วงหน้าก่อนการทดลองประโยชน์ของวิธีการสอนแบบทดลองก็คือนักเรียนสามารถค้นพบความจริงด้วยตนเองทำให้เกิดความภูมิใจและสนใจเรียนคณิตศาสตร์รู้จักการทำงานเป็นกลุ่มได้ลงมือกระทำจริงส่วนข้อจำกัดก็คือวิธีสอนแบบทดลองไม่สามารถใช้ได้กับทุกบทเรียนถ้าแบ่งนักเรียนหลายกลุ่มจะต้องเตรียมอุปกรณ์จำนวนหลายชุดนักเรียนอาจจะไม่ประสบความสำเร็จหากอุปกรณ์ที่เตรียมมาไม่เหมาะสมและถ้าบทเรียนนั้นยากนักเรียนที่เรียนอ่อนจะไม่สามารถค้นพบความจริง

2.2 วิธีการสอนแบบอภิปรายเป็นวิธีสอนที่มุ่งเน้นให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่มรวมพลังคิดเพื่อพิจารณาปัญหาช่วยกันหาข้อเท็จจริงหาเหตุผลร่วมกันวิธีสอนแบบอภิปรายจะทำให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นนักเรียนกล้าแสดงออกตามแนวประชาธิปไตยให้นักเรียนเป็นผู้พูดและผู้ฟังที่ติบบาทของครูก็คือต้องรู้หลักการอภิปรายต้องศึกษาเนื้อหาที่จะนำมาอภิปรายอย่างถ่องแท้โดยร่วมกันสรุปผลการอภิปรายร่วมกันประเมินผลการอภิปรายว่ามีข้อบกพร่องอย่างไรเพื่อเป็นประโยชน์ต่อการอภิปรายครั้งต่อไป

2.3 วิธีสอนแบบโครงการเป็นวิธีสอนที่ครูให้นักเรียนทำกิจกรรมใดกิจกรรมหนึ่งซึ่งนักเรียนสนใจในโครงการนั้นครูอาจจะตั้งหัวข้อให้หรือนักเรียนเสนอขึ้นมาเองครูเป็นเพียงผู้ช่วยเหลือแนะนำเมื่อนักเรียนต้องการความช่วยเหลือเท่านั้นและครูจะทำหน้าที่คอยติดตามผลงานว่านักเรียน

ดำเนินการเป็นอย่างไรงานก้าวหน้าหรือมีอุปสรรคหรือไม่

3. วิธีสอนโดยเน้นกิจกรรมของนักเรียนเป็นรายบุคคลประกอบด้วยวิธีสอน 2 วิธีได้แก่วิธีสอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมและวิธีสอนโดยใช้ชุดการสอนรายบุคคล

3.1 วิธีสอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมเป็นวิธีสอนที่นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเองผู้สร้างบทเรียนและในบทเรียนจะมีคำเฉลยไว้ครูจะช่วยเหลือนักเรียนเมื่อจำเป็นเท่านั้นวิธีสอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมนี้มีจุดประสงค์เพื่อฝึกให้นักเรียนรู้จักตนเองมีความรับผิดชอบและซื่อสัตย์ต่อตนเองบทบาทของครูก็คือเลือกเนื้อหาที่เหมาะสมมาเขียนโปรแกรมให้ข้อเสนอแนะแก่นักเรียนเมื่อนักเรียนต้องการความช่วยเหลือและเมื่อใช้บทเรียนโปรแกรมแล้วครูควรประเมินผลเพื่อตรวจสอบความเข้าใจว่าผู้เรียนสามารถเรียนรู้ด้วยตนเองหรือไม่บทบาทของนักเรียนก็คืออ่านคำชี้แจงก่อนลงมือทำบทเรียนเรียนตามลำดับขั้นแล้วจึงเปิดดูคำเฉลยหากไม่เข้าใจเนื้อหาควรปรึกษาครูผู้สอนเพื่อขอคำแนะนำให้เข้าใจอย่างชัดเจนประโยชน์ของวิธีสอนแบบใช้บทเรียนโปรแกรมคือนักเรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเองมีอิสระในการเรียนช่วยแก้ปัญหาการขาดแคลนครูฝึกความมีวินัยในตนเองของนักเรียน

3.2 วิธีสอนโดยใช้ชุดการสอนรายบุคคลชุดการสอนรายบุคคลเป็นชุดการสอนที่ให้นักเรียนได้เรียนด้วยตนเองในชุดการสอนประกอบด้วยบัตรคำสั่งบัตรกิจกรรมบัตรเนื้อหาและแบบฝึกหัดหรือบัตรงานพร้อมเฉลยในชุดการสอนนั้นจะมีสื่อการเรียนการสอนเพื่อนักเรียนจะใช้ประกอบการเรียนเรื่องนั้นๆวิธีสอนแบบนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อให้นักเรียนสามารถเรียนรู้เนื้อหาจากชุดการสอนนั้นด้วยตนเองโดยใช้เวลาเรียนต่างกันตามระดับความสามารถของแต่ละบุคคล

4. วิธีสอนโดยเน้นกิจกรรมระหว่างครูและนักเรียนประกอบด้วย 4 วิธีสอนคือวิธีสอนแบบแก้ปัญหาแบบวิเคราะห์สังเคราะห์แบบอุปนัยนิรนัยและแบบค้นพบซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

4.1 วิธีสอนแบบแก้ปัญหาเป็นวิธีที่ครูกระตุ้นให้นักเรียนแก้ปัญหาอย่างมีเหตุผลโดยอาศัยความคิดรวบยอดกฎเกณฑ์ข้อสรุปประสบการณ์การพิจารณาและการสังเกตตลอดจนความรู้ความชำนาญในเรื่องนั้นในการพิจารณาปัญหาจะต้องมีขั้นตอนครูจะต้องพยายามช่วยนักเรียนเข้าใจปัญหานั้นอย่างแจ่มชัดเสียก่อนว่าโจทย์บอกอะไรโจทย์ต้องการอะไรเพื่อพิจารณาปัญหานั้นออกมาเป็นข้อย่อยด้วยการวิเคราะห์จากข้อมูลที่กำหนดให้อาจตรวจย้อนจากผลไปสู่เหตุหรือจากเหตุไปสู่ผลก็ได้แล้วแต่ความเหมาะสมของปัญหา

4.2 วิธีสอนโดยการวิเคราะห์สังเคราะห์เป็นวิธีสอนที่ครูพยายามแยกแยะปัญหาออกมาจากสิ่งที่ไม่รู้ไปสู่สิ่งที่รู้ให้ผู้เรียนเกิดความคิดตามลำดับขั้นตอนที่ต่อเนื่องกันไปทีละน้อยจนสมบูรณ์ที่สุด

4.3 วิธีสอนแบบอุปนัยนิรนัยวิธีสอนแบบอุปนัยหมายถึงวิธีสอนที่ครูยกตัวอย่างหลายๆตัวอย่างเพื่อให้เห็นรูปแบบเมื่อนักเรียนใช้การสังเกตเปรียบเทียบดูสิ่งที่มีลักษณะร่วมกันก็จะสามารถนำไปสู่ข้อสรุปได้และมักจะตามด้วยวิธีการสอนแบบนิรนัยซึ่งมีจุดประสงค์ของการใช้การสอนแบบนี้คือเพื่อช่วยให้ค้นพบกฎเกณฑ์ที่สำคัญด้วยการสังเกตดูตัวอย่างช่วยให้นักเรียนเข้าใจชัดเจนรู้จักคิด

และไตร่ตรองด้วยเหตุผลและหาข้อสรุปด้วยตนเองไม่ต้องขึ้นอยู่กับครูเสมอไป ส่วนวิธีสอนแบบนิรนัย เป็นวิธีสอนที่ตรงข้ามกับวิธีสอนแบบอุปนัย เพราะวิธีสอนแบบอุปนัยเริ่มด้วยการยกตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่างเพื่อสังเกตแล้วไปสู่ข้อสรุป ส่วนวิธีสอนแบบนิรนัยนั้นเริ่มจากการนำข้อสรุปสูตรกฎที่นักเรียน ทราบอยู่แล้วมาใช้แก้ปัญหาแล้วเกิดข้อสรุปใหม่

4.4 วิธีสอนแบบค้นพบนี้แบ่งออกเป็น 2 ประการคือประการแรกเป็นวิธีการสอนที่ทำให้ นักเรียนค้นพบปัญหาหรือสถานการณ์แล้วให้นักเรียนเสาะแสวงหาวิธีแก้ปัญหา ส่วนประการที่สองเป็น วิธีการสอนที่เน้นให้นักเรียนทราบว่าต้องการให้นักเรียนค้นพบอะไร เช่น กฎสูตรนิยามนักเรียนจะเกิด มโนมติแล้วสรุปได้ การค้นพบแบบนี้จะค้นพบภายใต้วิธีสอนแบบใดก็ได้ เช่น การถามตอบ การอภิปราย การสาธิต การทดลอง ตลอดจนการสอนแบบอุปนัยและนิรนัยวิธีการใดก็ตามที่นักเรียนสามารถสรุป หรือกำหนดนัยทั่วไปได้ก็เรียกว่าการค้นพบ

## 2.9 ความหมายของผลการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของผลการเรียนรู้ดังนี้ Wilson (1971 : 643 - 685) กล่าวว่า ผลการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์หมายถึงความทำงานสติปัญญา (Cognitive Domain) ซึ่งจำแนก พฤติกรรมที่พึงประสงค์ทางด้านพุทธิพิสัยตามกรอบแนวคิดของบลูม (Bloom's Taxonomy) ไว้ 4 ระดับดังนี้

1. การคิดคำนวณด้านความรู้ความจำ (Computation) พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็น พฤติกรรมที่อยู่ในระดับต่ำสุดแบ่งออกเป็น 3 ชั้นดังนี้

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of specific Facts) เป็นความสามารถ ที่จะระลึกถึงข้อเท็จจริงต่างๆที่นักเรียนเคยได้รับจากการเรียนการสอนมาแล้วคำถามที่วัด ความสามารถในระดับนี้จะเกี่ยวกับข้อเท็จจริงตลอดจนความรู้พื้นฐานซึ่งนักเรียนได้สั่งสมมาเป็นระยะ เวลานานแล้ว

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม (Knowledge of Terminology) เป็น ความสามารถในการระลึกหรือจำศัพท์และนิยามต่างๆได้ซึ่งคำถามที่วัดความสามารถในด้านนี้จะถาม โดยตรงหรือโดยอ้อมก็ได้แต่ไม่ต้องอาศัยการคิดคำนวณ

1.3 ความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability of Carry Out Algorithm) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยามและกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้วมาคิดคำนวณตาม ลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มาซึ่งคำถามที่วัดความสามารถในด้านนี้จะต้องเป็นโจทย์ง่ายๆคล้ายคลึงกับ ตัวอย่างนักเรียนไม่ต้องพบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการ

2. ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงพฤติกรรมระดับความรู้ความ จำเกี่ยวกับความคิดคำนวณแต่ซับซ้อนกว่าแบ่งออกเป็น 6 ชั้นดังนี้

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนมติ (Knowledge of concepts) เป็นความสามารถที่ซับซ้อน

กว่าความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับข้อเท็จจริงเพราะมีโนมตีเป็นนามธรรมที่ประมวลจากข้อเท็จจริงต่างๆต้องอาศัยการตัดสินใจในการตีความหรือยกตัวอย่างของมโนมตินั้นโดยใช้คำชี้ของตนหรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ซึ่งเขียนในรูปใหม่หรือยกตัวอย่างใหม่ที่แตกต่างไปจากที่เคยเรียน

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการกฎทางคณิตศาสตร์และการสรุปอ้างอิงเป็นกรณีทั่วไป (Knowledge of Principle, Rules and Generalization) เป็นความสามารถในการนำเอาหลักการกฎและความเข้าใจเกี่ยวกับมโนมตีไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาจนได้แนวทางในการแก้ปัญหาถ้าคำถามนั้นเป็นคำถามเกี่ยวกับหลักการและกฎที่นักเรียนเพิ่งเคยพบเป็นครั้งแรกอาจจัดเป็นพฤติกรรมในระดับการวิเคราะห์ก็ได้

2.3 ความเข้าใจในโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematical Structure) เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับสมบัติของระบบจำนวนและโครงสร้างทางพีชคณิต

2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนแปลงรูปแบบปัญหาจากแบบหนึ่งไปเป็นอีกแบบหนึ่ง (Ability to Transform Problem Elements From One Mode To Another) เป็นความสามารถในการแปลข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่เช่นแปลจากภาษาพูดให้เป็นสมการซึ่งมีความหมายคงเดิมโดยไม่คำนึงถึงกระบวนการแก้ปัญหา (Algorithms)

2.5 ความสามารถในการคิดตามแนวของเหตุผล (Ability to Follow a Line of Reasoning) เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ซึ่งแตกต่างไปจากความสามารถในการอ่านทั่วไป

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to Read and Interpret a Problem) ข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นนี้อาจจัดแปลงมาจากข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นอื่นๆโดยให้นักเรียนอ่านและตีความโจทย์ปัญหาซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของข้อความตัวเลขข้อมูลทางสถิติหรือกราฟ

3. การนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคยเพราะคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนประสบอยู่ในระหว่างเรียนหรือแบบฝึกหัดที่นักเรียนต้องเลือกกระบวนการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาได้โดยไม่มียาก

4. การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่นักเรียนไม่เคยเห็นหรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อนซึ่งส่วนใหญ่จะเป็นโจทย์พลิกแพลงแต่ก็อยู่ในขอบเขตเนื้อหาที่เรียนการแก้โจทย์ปัญหาดังกล่าวต้องอาศัยความรู้ที่เคยเรียนมารวมกับความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกันเพื่อแก้ปัญหาพฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ซึ่งต้องใช้สมรรถภาพระดับสูงแบ่งออกเป็น 4 ขั้นตอนดังนี้

4.1 ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยประสบมาก่อน (Ability to Solve Non Routine Problems) คำถามในขั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อนไม่มีในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่างนักเรียนต้อง

อาศัยความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกับความเข้าใจนิยามตลอดจนทฤษฎีต่างๆที่เรียนมาแล้วเป็นอย่างดี

4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ (Ability to Discover Relationship) เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่างๆที่โจทย์กำหนดให้ใหม่แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นมาใหม่เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาแทนการจำความสัมพันธ์ที่เคยพบมาแล้วมาใช้กับข้อมูลใหม่เท่านั้น

4.3 ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ (Ability to Construct Proofs) เป็นความสามารถในการสร้างภาษาเพื่อยืนยันข้อความทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลโดยอาศัยนิยามสัจพจน์และทฤษฎีต่างๆที่เรียนมาแล้วพิสูจน์โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน

4.4 ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ข้อพิสูจน์ (Ability to Criticize Proofs) เป็นความสามารถที่ควบคู่กับความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์อาจเป็นพฤติกรรมที่มีความซับซ้อนน้อยกว่าพฤติกรรมในการสร้างข้อพิสูจน์พฤติกรรมในขั้นนี้ต้องการให้นักเรียนสามารถตรวจสอบข้อพิสูจน์ว่าถูกต้องหรือไม่

### 3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

#### 3.1 ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

วัชรเกล้าเรียนดี (2548 : 8) และสุวารีคังมัน (2545 : 11) ได้ให้ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้สอดคล้องกับPolya (1957 : 4-5) และGagne (1970 : 63) คือกระบวนการที่ต้องอาศัยความรู้ความคิดการสังเกตประสบการณ์เดิมของแต่ละบุคคลที่มีความเข้าใจในเนื้อหาทางคณิตศาสตร์และนำความรู้ที่ได้เรียนรู้ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ที่แตกต่างจากเดิมโดยอาศัยหลักการที่มีความเกี่ยวข้องกันตั้งแต่สองประเภทขึ้นไปและการใช้หลักการนั้นประสมประสานกันจนเป็นความสามารถชนิดใหม่ที่เรียกว่าความสามารถด้านการคิดแก้ปัญหา ซึ่งต้องอาศัยทักษะการคิดวิเคราะห์สังเคราะห์ การคาดคะเนเหตุผล รวมทั้งทักษะการเข้าใจกับปัญหาคิดหาทางแก้ปัญหาที่เป็นไปได้หลายแนวทางทบทวนวิธีการแก้ปัญหาและประเมินผลแนวทางการแก้ปัญหาให้บรรลุจุดมุ่งหมายที่ต้องการผู้วิจัยสามารถสรุปได้ว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หมายถึงการแสดงพฤติกรรมของผู้เรียนในการแก้ปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งอาศัยประสบการณ์เดิมความรู้ความจำความเข้าใจการคิดวิเคราะห์คิดอย่างมีวิจารณญาณและทักษะในการคิดแก้ปัญหาของแต่ละบุคคลมาสนับสนุนในการแก้ปัญหาสถานการณ์ที่ต้องเผชิญให้ประสบผลสำเร็จ



### 3.2 องค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

จำเนียร ช่วงโชติ (2521 : 13) กล่าวว่าความสามารถในการแก้ปัญหาของบุคคลนั้นขึ้นอยู่กับองค์ประกอบหลัก 2 ประการคือ

1. ลักษณะของปัญหาที่มีผลต่อการแก้ปัญหาได้แก่
  - 1.1 จำนวนทางเลือกในการแก้ปัญหา
    - 1.2 การแนะนำของผู้เรียนเสนอปัญหา
    - 1.3 การเรียงลำดับปัญหา
    - 1.4 ความคล้ายคลึงของปัญหาและคำตอบ
  2. ลักษณะความแตกต่างของผู้แก้ปัญหา
    - 2.1 ความสามารถทั่วไปเช่นความสามารถในการคิดการตัดสินใจ
      - 2.2 วัยผู้ใหญ่สามารถแก้ปัญหาได้ดีกว่าเด็ก
      - 2.3 เพศในบางปัญหาชายกับหญิงจะมีความสามารถในการแก้ปัญหาค้างกัน
      - 2.4 แรงจูงใจความต้องการที่จะแก้ปัญหา
      - 2.5 บุคลิกภาพความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหา

จรรจา สุวรรณทัต (2529 : 375 - 377) กล่าวถึงองค์ประกอบต่างๆที่มีความสำคัญต่อความสามารถในการแก้ปัญหาดังต่อไปนี้

1. ระดับสติปัญญาองค์ประกอบทางพันธุกรรมบุคคลที่มีปัญญาคดีจะมีความสามารถในการแก้ปัญหาอยู่ในระดับสูง
2. อารมณ์และแรงจูงใจของผู้เรียนเพราะประสบการณ์ทางอารมณ์บางอย่างอาจทำให้การแก้ปัญหาบางเรื่องง่ายขึ้นเช่นความสนุกสนานเพลิดเพลินการมีแรงจูงใจทางบวกนอกจากนั้นการสอนและคำแนะนำจากครูหรือผู้ที่คอยชี้ให้เห็นแนวทางในการแก้ปัญหาอาจช่วยกระตุ้นและจูงใจให้บุคคลกระทำการแก้ปัญหาต่อไปโดยไม่ติดขัด

3. องค์ประกอบทางสภาพแวดล้อมเช่นการอบรมเลี้ยงดูและฝึกฝนเพราะผู้มีปัญญาคดีทุกคนไม่ได้มีความสามารถเท่ากันหมดในด้านของการแก้ปัญหาทั้งนี้เพราะถูกอบรมเลี้ยงดูมาแตกต่างกันในกรณีที่ได้ก็มีสติปัญญาคดีและได้รับการอบรมเลี้ยงดูมาโดยวิธีที่ถูกต้องได้รับการสนับสนุนให้ใช้เหตุผลและให้เด็กมีโอกาสฝึกแก้ปัญหาด้วยตนเองตั้งแต่เยาว์วัยช่วยให้เขาได้ใช้ความสามารถในตนเองอย่างเต็มที่

4. โอกาสและประสบการณ์เรียนรู้เด็กที่มีโอกาสหรือได้รับโอกาสในการใช้ความสามารถของตนในการแก้ปัญหาและตัดสินใจมาตั้งแต่เล็กๆโดยเริ่มจากครอบครัวจนกระทั่งเติบโตขึ้นอยู่ในโรงเรียนและสถาบันการศึกษาระดับสูงต่อเนื่องกันมาโดยตลอดก็เป็นที่ยืนยันว่าเด็กนั้นจะเติบโตมีทักษะและความสามารถในการรู้คิดและลงมือกระทำต่อการแก้ปัญหาและสามารถตัดสินใจเรื่องต่างๆ

ได้

5. สังคมและสื่อมวลชนเช่นการโฆษณาอาจมีผลทำให้เกิดการตัดสินใจในการแก้ปัญหาด้วยตนเองมาตั้งแต่เยาว์วัยอีกทั้งยังขึ้นอยู่กับความยากง่ายของสถานการณ์ปัญหาที่พบประกอบกับความสอดคล้องของปัญหากับแรงจูงใจของผู้แก้ปัญหาและจำนวนปัญหาที่มีอิทธิพลต่อการแก้ปัญหาด้วย

Polya (1957 : 225) ได้กล่าวว่าสิ่งที่สัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหาซึ่งเป็นสิ่งที่มีส่วนช่วยในการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์ได้แก่

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจกับปัญหาเมื่อนักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาข้อนั้นแล้วจะต้องสามารถจับความได้ว่าโจทย์ปัญหานั้นต้องการให้หาคำตอบเกี่ยวกับอะไรโจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้างข้อมูลที่กำหนดให้มีเงื่อนไขหรือข้อกำหนดอย่างไรบ้าง

2. ความสามารถในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดไว้และประยุกต์ใช้ความรู้และประสบการณ์เดิมของตนเพื่อทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาให้ชัดเจนยิ่งขึ้น

3. ความสามารถในการแปลงสิ่งที่กำหนดให้ในโจทย์เป็นประโยคสัญลักษณ์

4. ความสามารถในการวางแผนเพื่อกำหนดแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหา

5. ความสามารถในการคิดคำนวณเพื่อหาคำตอบที่ถูกต้องของโจทย์ปัญหานักเรียนจะต้องมีความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับระบบจำนวนและตัวเลขตลอดจนมีทักษะในการคำนวณต่างๆ

6. ความสามารถในการตรวจสอบคำตอบเพื่อให้มั่นใจว่าคำตอบที่คำนวณได้นั้นเป็นคำตอบที่ถูกต้องและสมบูรณ์

### 3.2 ปัจจัยที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์

Adams, Ellis and Beeson (1977 : 174 - 175 ) ได้กล่าวถึงปัจจัยที่ส่งผลถึงความสามารถในการแก้ปัญหา 3 ด้านคือ

1. สติปัญญา (Intelligence) การแก้ปัญหามจำเป็นต้องใช้การคิดระดับสูงสติปัญญาจึงเป็นสิ่งสำคัญยิ่งประการหนึ่งในการแก้ปัญหาคือองค์ประกอบของสติปัญญาที่มีส่วนสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหาคือองค์ประกอบทางปริมาณ ( Quantitative Factors) ดังนั้นนักเรียนบางคนอาจมีความสามารถในองค์ประกอบทางด้านภาษา (Verbal Factors) แต่อาจด้อยในความสามารถที่ไม่ใช่ภาษาหรือทางด้านปริมาณ

2. การอ่าน (Reading) เป็นพื้นฐานที่จำเป็นสำหรับการแก้ปัญหาเพราะการแก้ปัญหามต้องอ่านอย่างรอบคอบอ่านอย่างวิเคราะห์อันจะนำไปสู่การตัดสินใจว่าควรจะทำอะไรและอย่างไรมีนักเรียนจำนวนมากที่มีความสามารถในการอ่านแต่ไม่สามารถแก้ปัญหาได้

3. ทักษะพื้นฐาน (Basic Skills) หลังจากวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาและตัดสินใจว่าทำอะไรแล้วก็ยังเหลือขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องเหมาะสมนั่นคือนักเรียนจะต้องรู้การดำเนินการต่างๆที่จำเป็นซึ่งก็คือทักษะพื้นฐานนั่นเอง

Gonzalez (1994 : 74) ได้ให้ความคิดเห็นไว้ว่าบรรยากาศที่ส่งเสริมการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาจะต้องเป็นบรรยากาศที่ทำให้นักเรียนรู้สึกสะดวกสบายในการแสดงแนวคิดไม่เข้มงวดเอาจริงเอาจังจนเกิดความตึงเครียดเพราะถ้านักเรียนเกิดความรู้สึกกลัวในสิ่งที่ทำผิดพลาดหรือกลัวถูกหัวเราะเยาะจากเพื่อนนักเรียนจะไม่กล้าซักถามไม่กล้าแสดงความคิดเห็นฉะนั้นครูจะต้องจัดบรรยากาศของชั้นเรียนที่ทำให้ผู้เรียนมีความรู้สึกเป็นอิสระเป็นบรรยากาศที่ส่งเสริมให้มีการสำรวจสืบค้นให้เหตุผลและสื่อสารกันเวลานับเป็นองค์ประกอบที่สำคัญอีกประการหนึ่งในการแก้ปัญหา นักเรียนต้องมีเวลาเพียงพอในการแก้ปัญหาแต่ละคนต้องการเวลาในการแก้ปัญหาไม่เท่ากันขึ้นอยู่กับความรู้ความสามารถและประสบการณ์ในการแก้ปัญหา

Reye , Suydum and Lindquist (1992 : 30) กล่าวถึงการใช้เวลาในการแก้ปัญหาว่าในการแก้ปัญหาปัญหาหนึ่งนักเรียนใช้เวลาทำความเข้าใจปัญหาสำรวจหาแนวทางในการแก้ปัญหาและตรวจสอบคำตอบที่ได้โดยเฉพาะปัญหาที่ยังไม่รู้วิธีการแก้ปัญหาคงใช้เวลาเพิ่มขึ้นอีกดังนั้นการให้เวลาที่เหมาะสมจึงเป็นอีกปัจจัยหนึ่งที่ส่งผลต่อการแก้ปัญหาสอดคล้องกับความคิดของ

Lester (1994 : 666) กล่าวว่าความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นไปอย่างช้าๆและใช้เวลายาวนานพอซึ่งนักเรียนต้องแก้ปัญหามากๆจากสถานการณ์ที่ได้รับการวางแผนไว้อย่างเป็นระบบ ลักษณะการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียนก็เป็นองค์ประกอบหนึ่งในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนลักษณะการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียนจะเป็นทั้งแบบจัดเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นกลุ่มย่อยและแบบรายบุคคล

Thiessen and others (1989 : 38) กล่าวว่ากลุ่มใหญ่จะใช้เพื่อแนะนำหรืออภิปรายยุทธวิธีใหม่รายบุคคลเพื่อฝึกความชำนาญกลุ่มย่อยจะเป็นการรวมเอาจุดดีของกิจกรรมกลุ่มใหญ่และแบบรายบุคคลซึ่งกลุ่มย่อยนี้นักเรียนทุกคนจะมีส่วนร่วมในกระบวนการแก้ปัญหาอย่างเต็มที่ได้แลกเปลี่ยนแนวคิดประสบความสำเร็จและมีเจตคติทางบวกต่อการเรียนและยังพบอีกว่ากลุ่มย่อยสามารถแก้ปัญหาได้ดีกว่ารายบุคคลจากแนวคิดเกี่ยวกับปัจจัยที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักวิชาการที่กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยสรุปได้ว่าปัจจัยที่ช่วยส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนให้เกิดขึ้นนั้นขึ้นอยู่กับสติปัญญาของผู้เรียนทักษะพื้นฐานทางการคิดแก้ปัญหาของผู้เรียนการจัดบรรยากาศในชั้นเรียนของครูผู้สอนและระยะเวลาในการแก้ปัญหา

#### 4. ยุทธวิธีแก้ปัญห

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555 : 11-36) กล่าวว่าในการแก้ปัญหาหนึ่งๆนอกจากนักเรียนจะต้องมีความรู้พื้นฐานที่เพียงพอและเข้าใจกระบวนการแก้ปัญหาดีแล้วการเลือกยุทธวิธีแก้ปัญหาก็เหมาะสมและมีประสิทธิภาพสูงสุดก็เป็นอีกปัจจัยหนึ่งที่ช่วยในการแก้ปัญหาถ้านักเรียนมีความคุ้นเคยกับยุทธวิธีแก้ปัญหามากๆที่เหมาะสมและหลากหลายแล้วนักเรียนสามารถเลือกยุทธวิธีเหล่านั้นมาใช้ได้ทันทีที่ยุทธวิธีแก้ปัญหานั้นเป็นเครื่องมือสำคัญและสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ดีที่พบบ่อยในคณิตศาสตร์มี 11 ยุทธวิธีดังนี้

1. การค้นหาแบบรูปเป็นการวิเคราะห์ปัญหาและค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่มีลักษณะเป็นระบบหรือเป็นแบบรูปในสถานการณ์ปัญหานั้นๆแล้วคาดเดาคำตอบซึ่งคำตอบที่ได้จะยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องเมื่อผ่านการตรวจสอบยืนยันยุทธวิธีนี้มักจะใช้ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเรื่องจำนวนและเรขาคณิตการฝึกฝนการค้นหาแบบรูปในเรื่องดังกล่าวเป็นประจำจะช่วยนักเรียนในการพัฒนาความรู้เชิงจำนวนและทักษะการสื่อสารซึ่งเป็นทักษะที่ช่วยให้นักเรียนสามารถประมาณและคาดคะเนจำนวนที่พิจารณาโดยยังไม่ต้องคิดคำนวณก่อนตลอดจนสามารถสะท้อนความรู้ความเข้าใจในแนวคิดทางคณิตศาสตร์และกระบวนการคิดของตนได้

2. การสร้างตารางเป็นการจัดระบบข้อมูลใส่ในตารางตารางที่สร้างขึ้นจะช่วยให้การวิเคราะห์ความสัมพันธ์อันจะนำไปสู่การค้นหาแบบรูปหรือข้อชี้แนะอื่นๆตลอดจนช่วยให้ไม่หลงลืมหรือสับสนในกรณีใดกรณีหนึ่งเมื่อต้องแสดงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา

3. การเขียนภาพหรือแผนภาพเป็นการอธิบายสถานการณ์และแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆของปัญหาคด้วยภาพหรือแผนภาพซึ่งการเขียนภาพหรือแผนภาพจะช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้นและบางครั้งก็สามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากภาพหรือแผนภาพนั้น

4. การแจกกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดเป็นการจัดระบบข้อมูลโดยแยกเป็นกรณีๆที่เกิดขึ้นทั้งหมดในการแจกกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดนักเรียนอาจจัดกรณีที่ไม่ใช่ก่อนแล้วค่อยค้นหาแบบรูปหรือแบบรูปของกรณีที่เหลืออยู่ซึ่งถ้าไม่มีระบบในการแจกกรณีที่เหมาะสมยุทธวิธีนี้ก็จะไม่มีประสิทธิภาพยุทธวิธีนี้จะใช้ได้ดีถ้าปัญหานั้นมีจำนวนกรณีที่เป็นไปได้แน่นอนซึ่งบางครั้งเราอาจใช้การค้นหาแบบรูปและการสร้างตารางมาช่วยในการแจกกรณีด้วยก็ได้

5. การคาดเดาและตรวจสอบเป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่างๆที่ปัญหากำหนดผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้องมาสร้างข้อความคาดการณ์แล้วตรวจสอบความถูกต้องของข้อความคาดการณ์นั้นถ้าการคาดเดาไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่โดยอาศัยประโยชน์จากความถูกต้องของการคาดเดาในครั้งแรกๆเป็นกรอบในการคาดเดาคำตอบของปัญหาลงไปนักเรียนควรคาดเดาอย่างมีเหตุผลและมีทิศทางเพื่อให้สิ่งที่คาดเดานั้นเข้าใกล้คำตอบที่ต้องการมากที่สุด

6. การเขียนสมการเป็นการแสดงสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดของปัญหาในรูปของสมการซึ่ง

บางครั้งอาจเป็นอสมการก็ได้ในการแก้สมการนักเรียนต้องวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาเพื่อหาว่าข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดมามีอะไรบ้างและสิ่งที่ต้องการหาคืออะไรหลังจากนั้นกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่ต้องการหาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่กำหนดมาให้แล้วเขียนสมการหรืออสมการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลเหล่านั้นในการหาคำตอบของสมการมักใช้สมบัติของการเท่ากันมาช่วยในการแก้สมการซึ่งได้แก่สมบัติสมมาตรสมบัติถ่ายทอดสมบัติการบวกและสมบัติการคูณและเมื่อใช้สมบัติของการเท่ากันมาช่วยแล้วต้องมีการตรวจคำตอบของสมการตามเงื่อนไขของปัญหาถ้าเป็นไปได้ตามเงื่อนไขของปัญหาถือว่าคำตอบที่ได้เป็นคำตอบทุกถูกต้องของปัญหานี้ยุทธวิธีนี้มักใช้บ่อยในปัญหาทางพีชคณิต

7. การคิดแบบย้อนกลับเป็นการวิเคราะห์ปัญหาที่พิจารณาจากผลย้อนไปสู่เหตุโดยเริ่มจากข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนสุดท้ายแล้วคิดย้อนขั้นตอนกลับมาสู่ข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนเริ่มต้นการคิดแบบย้อนกลับใช้ได้ดีกับปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ

8. การเปลี่ยนมุมมองเป็นการเปลี่ยนการคิดหรือมุมมองให้แตกต่างไปจากที่คุ้นเคยหรือที่ต้องทำตามขั้นตอนทีละขั้นทั้งนี้เพื่อให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้นยุทธวิธีนี้มักใช้ในกรณีที่แก้ปัญหาด้วยยุทธวิธีอื่นไม่ได้ผลสิ่งสำคัญของยุทธวิธีนี้คือการเปลี่ยนมุมมองที่แตกต่างไปจากเดิม

9. การแบ่งเป็นปัญหาย่อยเป็นการแบ่งปัญหาใหญ่หรือปัญหาที่มีความซับซ้อนหลายขั้นตอนออกเป็นปัญหาย่อยหรือเป็นส่วนๆซึ่งในการแบ่งเป็นปัญหาย่อยนั้นนักเรียนอาจลดจำนวนของข้อมูลลงหรือเปลี่ยนข้อมูลให้อยู่ในรูปที่คุ้นเคยและไม่ซับซ้อนหรือเปลี่ยนให้เป็นปัญหาที่คุ้นเคยหรือเคยแก้ปัญหามาก่อนหน้านี้

10. การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์เป็นการอธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริงโดยใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหาบางปัญหาเราใช้การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ร่วมกับการคาดเดาและตรวจสอบหรือการเขียนภาพและแผนภาพ จนทำให้บางครั้งเราไม่สามารถแยกการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ออกจากยุทธวิธีอื่นได้อย่างเด่นชัดยุทธวิธีนี้มักใช้บ่อยในปัญหาทางเรขาคณิตและพีชคณิต

11. การให้เหตุผลทางอ้อมเป็นการแสดงหรืออธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริงโดยการสมมติว่าข้อความที่ต้องการแสดงนั้นเป็นเท็จแล้วหาข้อขัดแย้งยุทธวิธีนี้มักใช้กับการแก้ปัญหาที่ยากแก่การแก้ปัญหาโดยตรงและง่ายที่จะหาข้อขัดแย้งเมื่อกำหนดให้ข้อความที่จะแสดงเป็นเท็จจากยุทธวิธีแก้ปัญหา

## 5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

กองสิน อ่อนवाद (2550 : 70) ได้ทำการวิจัยเรื่องการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือผลการวิจัยพบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ใช้การเรียนแบบร่วมมือสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี

จันทร์หา ศิลปะรายะ (2551 : 165) ได้ทำการวิจัยเรื่องการปฏิบัติการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนชุมชนบ้านไร่สีสุก สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาอำนาจเจริญ ผลการวิจัยพบว่า 1) การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังจากใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ครอบคลุมเนื้อหาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริงทฤษฎีบทพีทาโกรัสและการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแล้วนักเรียนจำนวนร้อยละ 76.92 ของนักเรียนทั้งหมด (จำนวน 20 คน) มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตั้งแต่ร้อยละ 65 ขึ้นไป 2) กระบวนการในการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และใช้ขั้นตอนในการดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่สังเคราะห์มาจากหลักความพอเพียงของปรัชญาเศรษฐกิจพอเพียงที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นได้แก่ขั้นที่ 1 ปรับความรู้พื้นฐานก่อนแก้ปัญหาขั้นที่ 2 พังพาทอาศัยกันขั้นที่ 3 แบ่งปันความรู้ขั้นที่ 4 สู่การพึ่งพาตนเองในแต่ละขั้นตอนนักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการแก้ปัญหาของโพลยาได้แก่ 1) ทำความเข้าใจปัญหา 2) วางแผนแก้ปัญหา 3) ดำเนินการตามแผน 4) ตรวจสอบเป็นการดำเนินกิจกรรมต่างๆที่ทำให้นักเรียนได้ใช้ทั้งกระบวนการเรียนรู้การแก้ปัญหาตามกระบวนการของโพลยาและได้ใช้ทั้งกระบวนการของคุณธรรมตามหลักปรัชญาเศรษฐกิจพอเพียงนักเรียนจึงเกิดการบูรณาการประสบการณ์และกฎเกณฑ์ที่ได้จากการสร้างแนวคิดอย่างมีความหมายมีโอกาสคิดอย่างมีอิสระได้แสดงศักยภาพของตนเองอย่างเต็มที่รวมถึงการแสดงความก้าวหน้าและความสามารถในการแก้ปัญหาช่วยให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ส่งผลให้นักเรียนเกิดทักษะในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตรงตามวัตถุประสงค์ของการวิจัยและเกณฑ์ที่กำหนด

ปรณัฐ กิจรุ่งเรือง (2553 : 158) ได้ทำการวิจัยเรื่องการพัฒนาารูปแบบการสอนโดยใช้กรณีศึกษาทางศาสตร์การเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถด้านการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักศึกษาวิชาชีพรูผลการวิจัยพบว่ารูปแบบการสอนโดยใช้กรณีศึกษาทางศาสตร์การสอนรูปแบบ PCSSC Model มีกระบวนการเรียนการสอน 5 ขั้นตอนประกอบด้วยขั้นเตรียมการเรียนรู้ขั้นนำสู่กรณีศึกษาขั้นสรรคหาวิธีแก้ไขขั้นแบ่งปันประสบการณ์และขั้นสืบสานสร้างความรู้ใหม่ทำให้นักศึกษา

วิชาชีพรูมีความสามารถด้านการคิดอย่างมีวิจารณญาณสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักศึกษาวิชาชีพรูมีความพึงพอใจต่อรูปแบบการสอนที่พัฒนาขึ้นโดยภาพรวมในระดับมากทั้งนี้ด้านประโยชน์และความพึงพอใจที่ได้รับมีค่าเฉลี่ยสูงที่สุด

ภัทรา ยางเดี่ยว (2553 : 92 ) ได้ทำการวิจัยเรื่องการสร้างบทเรียนผ่านเครือข่ายคอมพิวเตอร์ที่เรียนโดยกระบวนการกรณีศึกษาในวิชาการถ่ายภาพสำหรับบัณฑิตศึกษาซึ่งใช้กรณีศึกษา 5 ขั้นตอนคือ 1) การมองภาพรวมของปัญหาที่เหมาะสม 2) เริ่มต้นทำงานแก้ปัญหาจากสิ่งที่รู้ 3) พิจารณาองค์ประกอบต่างๆพร้อมๆกันในทันที 4) สร้างคำตอบชั่วคราวและ 5) พิจารณาถึงคำตอบผลการวิจัยพบว่าผลการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาคำตอบหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เกษศิริ การะเกษ (2553 : 170 ) ได้ทำการวิจัยเรื่องการพัฒนาบทเรียนผ่านเครือข่ายคอมพิวเตอร์แบบเรียนรู้โดยใช้กรณีศึกษาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาวิชาวิทยาศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งใช้กรณีศึกษา 5 ขั้นตอนคือ 1) การมองภาพรวมของปัญหาที่เหมาะสม 2) เริ่มต้นทำงานแก้ปัญหาจากสิ่งที่รู้ 3) พิจารณาองค์ประกอบต่างๆพร้อมๆกันในทันที 4) สร้างคำตอบชั่วคราวและ 5) พิจารณาถึงสิ่งที่ตามมาผลการวิจัยพบว่าผลการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาคำตอบหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

วิไล โปธิ์ชื่น (2555 : 133) ได้ทำการวิจัยเรื่องการพัฒนาความสามารถในการคิดแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่จัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานผลการวิจัยพบว่า 1) ผลการเรียนรู้ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานอยู่ในระดับดี 2) ความสามารถในการคิดแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานอยู่ในระดับดี 3) ความคิดเห็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานอยู่ในระดับเห็นด้วยมากโดยนักเรียนเห็นด้วยมากในด้านบรรยากาศในการเรียนรู้เป็นอันดับที่ 1 รองลงมาคือด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และด้านประโยชน์ที่ได้รับจากการเรียนรู้

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องที่กล่าวมาทั้งหมด ผู้วิจัยสรุปได้ว่า การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาครูผู้สอนต้องรู้ธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ ลักษณะที่สำคัญของคณิตศาสตร์เพื่อที่จะได้นำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนให้นักเรียนเข้าใจได้ตรงกัน โดยในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ต้องมีการนำหลักจิตวิทยาในการสอนคณิตศาสตร์เข้าไปใช้ร่วมในการจัดการเรียนการสอนด้วย ครูต้องมีการพัฒนาการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่มีความหลากหลายน่าสนใจ และสร้างทัศนคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ให้กับผู้เรียน และมีการปรับการเรียน

การสอนให้เหมาะกับบริบทของโรงเรียน การจัดการเรียนรู้โดยใช้กรณีศึกษาเป็นวิธีการสอนที่เน้นการนำสถานการณ์ปัญหาที่เป็นสถานการณ์จริงหรืออาจเป็นสถานการณ์ที่กำหนดขึ้นมาที่น่าสนใจก็ได้โดยครูผู้สอนเป็นผู้กำหนดหรือให้ตัวผู้เรียนเป็นผู้กำหนดก็ได้ แล้วให้ผู้เรียนศึกษาค้นคว้าวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมกับสถานการณ์ปัญหานั้น ซึ่งเมื่อนำการจัดการเรียนรู้โดยใช้กรณีศึกษาไปจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์จะช่วยส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้โดยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก็ขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายด้าน ได้แก่ สติปัญญาของผู้เรียน ทักษะพื้นฐานทางการคิดแก้ปัญหาของผู้เรียน การจัดบรรยากาศในชั้นเรียนของครูผู้สอนรวมถึงวิธีการจัดการเรียนการสอนของครูผู้สอน และระยะเวลาในการแก้ปัญหาด้วยซึ่งเกณฑ์การให้คะแนนการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ควรมีการสร้างเกณฑ์หรือแนวทางการให้คะแนนอย่างชัดเจน เพื่อจะได้มองเห็นคุณภาพในการแก้ปัญหาของผู้เรียนเป็นรายด้าน ซึ่งครูผู้สอนก็ต้องให้ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการเลือกยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสมให้แก่ผู้เรียนอย่างเข้าใจ เพื่อให้ผู้เรียนจะได้นำไปใช้เป็นแนวทางในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ซึ่งพบว่าการจัดการเรียนรู้โดยใช้กรณีศึกษาเป็นวิธีการสอนที่ช่วย พัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์คิดอย่างมีวิจารณญาณการคิดแก้ปัญหาความทางการเรียนรู้ในลักษณะการเรียนรู้ด้วยตนเองและการทำงานเป็นกลุ่มแลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกันทั้งภายในกลุ่มและระหว่างกลุ่มซึ่งเป็นวิธีการสอนที่เหมาะสมจะนำมาใช้ในความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์